편광에 대해 이어서 공부하자.

$$\mathbb{E}(x,t) = (\hat{\epsilon}_1 \tilde{E}_1 + \hat{\epsilon}_2 \tilde{E}_2) e^{i\mathbb{k}\cdot\mathbb{x} - i\omega t}.$$

$\hat{\epsilon}_1, \hat{\epsilon}_2, \mathbb{k}$ 는 서로 직교한다. $\tilde{E}_1, \tilde{E}_2 \in \mathbb{C}$

원형편광의 경우,

$$\mathbb{E}(x,t) = |E| (\hat{\epsilon}_1 \pm i\hat{\epsilon}_2) \exp(i\mathbb{k}\cdot\mathbb{x} - i\omega t)$$

$i\hat{\epsilon}_2$ 앞에 붙은 부호에 따라 편광의 회전 방향이 달라진다.

$+i\hat{\epsilon}_2$	positive helicity	LCP	counter clock wise
$-i\hat{\epsilon}_2$	negative helicity	RCP	clock wise.

한자리에서서 빛을 정면으로 맞으며 관찰하는 시간에 따른 편광.

회전 자체를 나타내는 기저를 만들수도 있다.

$$\hat{\epsilon}_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\epsilon}_1 \pm i\hat{\epsilon}_2)$$ 각각 LCP와 RCP의 기저.

$\hat{\epsilon}^*_\pm \cdot \hat{\epsilon}_\mp = 0$, $\hat{\epsilon}^*_\pm \cdot \hat{\epsilon}_\pm = 1$ 의 성질을 만족한다.

Stokes parameters, → 빛의 세기로 결정된다. 편광 상태를 결정하는 요소.

네 가지 편광요소를 고려. $\tilde{E}_1 = a_1 e^{i\delta_1}$, $\tilde{E}_2 = a_2 e^{i\delta_2}$, $\tilde{E}_+ = a_+ e^{i\delta_+}$, $\tilde{E}_- = a_- e^{i\delta_-}$

$\mathbb{E}_0$ 를 두 가지로 나타낼수 있다. $\mathbb{E}_0 = \hat{\epsilon}_1 \tilde{E}_1 + \hat{\epsilon}_2 \tilde{E}_2$ or $\mathbb{E}_0 = \hat{\epsilon}_+ \tilde{E}_+ + \hat{\epsilon}_- \tilde{E}_-$

$$\begin{cases} S_0 = |\mathbb{E}_0 \cdot \hat{\epsilon}_1|^2 + |\mathbb{E}_0 \cdot \hat{\epsilon}_2|^2 = a_1^2 + a_2^2 \\ S_1 = |\mathbb{E}_0 \cdot \hat{\epsilon}_1|^2 - |\mathbb{E}_0 \cdot \hat{\epsilon}_2|^2 = a_1^2 - a_2^2 \\ S_2 = 2\,\mathrm{Re}\{(\hat{\epsilon}_1 \cdot \mathbb{E}_0)^* (\hat{\epsilon}_2 \cdot \mathbb{E}_0)\} = 2\,\mathrm{Re}(a_1 a_2 e^{i(\delta_2 - \delta_1)}) = 2a_1 a_2 \cos(\delta_2 - \delta_1) \\ S_3 = 2\,\mathrm{Im}\{(\hat{\epsilon}_1 \cdot \mathbb{E}_0)^* (\hat{\epsilon}_2 \mathbb{E}_0)\} = 2a_1 a_2 \sin(\delta_2 - \delta_1) \end{cases}$$

원형 편광 basis 로 S들을 구한다면, $\mathbb{E}_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\epsilon}_1 \pm i\hat{\epsilon}_2)\tilde{E}_\pm$; ~~$\hat{\epsilon}_1 \cdot \mathbb{E}_0$~~ ~~$\hat{\epsilon}_2 \cdot \mathbb{E}_0$~~

$$\begin{cases} S_0 = a_+^2 + a_-^2 \\ S_1 = 2a_+ a_- \cos(\delta_+ - \delta_-) \\ S_2 = 2a_+ a_- \sin(\delta_+ - \delta_-) \\ S_3 = a_+^2 - a_-^2 \end{cases}$$

$$\hat{\epsilon}_1 \cdot \mathbb{E}_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_+ e^{i\delta_+} + a_- e^{i\delta_-})$$

$$\hat{\epsilon}_2 \cdot \mathbb{E}_0 = i\frac{1}{\sqrt{2}}(a_+ e^{i\delta_+} - a_- e^{i\delta_-})$$

$$|\hat{\epsilon}_1 \cdot \mathbb{E}_0|^2 = \frac{1}{2}[a_+^2 + a_-^2 + 2\cos(\delta_+ - \delta_-)]$$

$$|\hat{\epsilon}_2 \cdot \mathbb{E}_0|^2 = \frac{1}{2}[a_+^2 + a_-^2 - 2\cos(\delta_+ - \delta_-)]$$

$$(\hat{\epsilon}_1 \cdot \mathbb{E}_0)^* (\hat{\epsilon}_2 \cdot \mathbb{E}_0) = i\frac{1}{2}[a_+^2 - a_-^2 + 2ia_+ a_- \sin(\delta_+ - \delta_-)]$$

4개의 parameter는 independent하지 않다. 자유도가 3개이기 때문.

$\{a_+, a_-, \delta_1 - \delta_2\}$ 아니면 $\{a_1, a_2, \delta_1 - \delta_2\}$

그래서 stokes parameter 사이 관계식이 있다. $S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$.

quasi-monochromatic beam 인 경우, 이런 부등식을 만족한다.

$$S_0^2 \geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$$

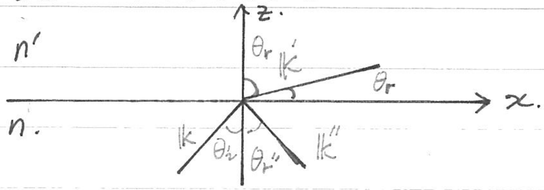
Stoke's parameter의 뜻.

S_0 : 빛의 세기,

S_1 : y-선형편광보다 x-선형편광이 우세도.

S_2 : 대각선형편광인 정도.

S_3 : LCP가 RCP보다 우세한 정도.



μ, ε가 다른, 그러니까 refractive index가 다른 medium에 도착했을 때 빛은 어떻게 되나?

n인 medium에서 n'으로 빛이 향할때, 입사파는 $\mathbb{k}$, 굴절파는 $\mathbb{k}'$, 반사파는 $\mathbb{k}''$

입사각은 θ_i, 굴절각은 θ_r, 반사각은 θ''_r.

세 가지 빛의 전기장 식을 써보면.

incident wave : $\mathbb{E} = \mathbb{E}_0 \exp(i\mathbb{k}\cdot\mathbb{x} - i\omega t)$ $\quad \mathbb{B} = \sqrt{\mu\varepsilon}\,\frac{1}{k}\,\mathbb{k}\cdot\mathbb{E}$

refracted wave : $\mathbb{E}' = \mathbb{E}'_0 \exp(i\mathbb{k}'\cdot\mathbb{x} - i\omega t)$ $\quad \mathbb{B}' = \sqrt{\mu'\varepsilon'}\,\frac{1}{k'}\,\mathbb{k}'\cdot\mathbb{E}'$

reflected wave : $\mathbb{E}'' = \mathbb{E}''_0 \exp(i\mathbb{k}''\cdot\mathbb{x} - i\omega t)$ $\quad \mathbb{B}'' = \sqrt{\mu\varepsilon}\,\frac{1}{k''}\,\mathbb{k}''\cdot\mathbb{E}''$

ω가 다 동일하고, 전파 속도는 $\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$이 결정하기에, $|\mathbb{k}| = |\mathbb{k}''| = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$, $|\mathbb{k}'| = \omega\sqrt{\mu'\varepsilon'}$

입사파와반사파의 wave number는 같다. n과 n'의 경계가 $z=0$이라 둘때,

세 가지 파는 경계에서 모두 값이 같아야 한다.

$\mathbb{k} = \hat{x}\sin\theta_i + \hat{y}\cos\theta_i$ $\quad \mathbb{k}' = \hat{x}\sin\theta_r + \hat{z}\cos\theta_r$ $\quad \mathbb{k}'' = \hat{x}\sin\theta''_r - \hat{z}\cos\theta''_r$

$$\mathbb{k}\cdot\mathbb{x}\big|_{z=0} = \mathbb{k}'\cdot\mathbb{x}'\big|_{z=0} = \mathbb{k}''\cdot\mathbb{x}\big|_{z=0}$$ 이 항상 성립해야 한다.

즉, $k\sin\theta_i = k'\sin\theta_r = k''\sin\theta''_r$, $k = k''$ 이므로 $\theta_i = \theta''_r$. 앗, θ''_r 아니고 θ_r 이야.

입사각과 반사각은 같다. 입사각과 굴절각에 관해서,

$$\frac{k'}{k} = \frac{\sin\theta_i}{\sin\theta''_r} = \frac{n'}{n}$$ 이게 스넬의 법칙이다.

$k \propto \frac{1}{\lambda}$

$n \propto \frac{1}{\lambda}$

$k \propto n$.

wave number와 refractive index는 비례.

total reflection condition : $\frac{n'}{n} < 1$

critical angle 에서 $\theta''_r = \frac{\pi}{2}$, $\sin\theta_c = \frac{n'}{n}$ 이다.

이 각도에서는 굴절광이 경계를 타고 전파된다.

입사각이 θ_c 보다 크다면, $\sin\theta''_r > 1$ 이 되므로, θ_r이 복소수가 된다.

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$$\cos\theta''_r = i\sqrt{\sin^2\theta''_r - 1} = i\sqrt{\left(\frac{n}{n'}\right)^2\sin^2\theta_i - 1} = i\sqrt{\frac{\sin^2\theta_i}{\sin^2\theta_c} - 1}$$

$\cos\theta''_r$ 가 허수가 된다. 이러면 무슨 일이 벌어지나.

$$e^{i\mathbb{k}''\cdot\mathbb{x}} = \exp(ik'x\sin\theta_r + ik'z\cos\theta_r)$$

$$= \exp\left(-\sqrt{\frac{\sin^2\theta_i}{\sin^2\theta_c} - 1}\;k'z + ik'\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_c}\right)$$

exponoment 안에 real value가 들어간다.

빛이 감소, evanescent wave를 의미.